

qwertyuiopasdfghjklzxcvbnmqw  
ertyuiopasdfghjklzxcvbnmqwert  
yuiopasdfghjklzxcvbnmqwertyui  
opasdfghjklzxcvbnmqwertyuiop  
asdfghjklzxcvbnmqwertyuiopas  
dfghjklzxcvbnmqwertyuiopasdf  
ghjklzxcvbnmqwertyuiopasdfgh  
jklzxcvbnmqwertyuiopasdfghjkl  
zxcvbnmqwertyuiopasdfghjklzx  
cvbnmqwertyuiopasdfghjklzxcv  
bnmqwertyuiopasdfghjklzxcvbn  
mqwertyuiopasdfghjklzxcvbnm  
qwertyuiopasdfghjklzxcvbnmqw  
ertyuiopasdfghjklzxcvbnmqwert  
yuiopasdfghjklzxcvbnmqwertyui  
opasdfghjklzxcvklzxcvbnmqwer  
tyuiopasdfghjklzxcvbnmqwerty  
yuiopasdfghjklzxcvbnmqwertyui

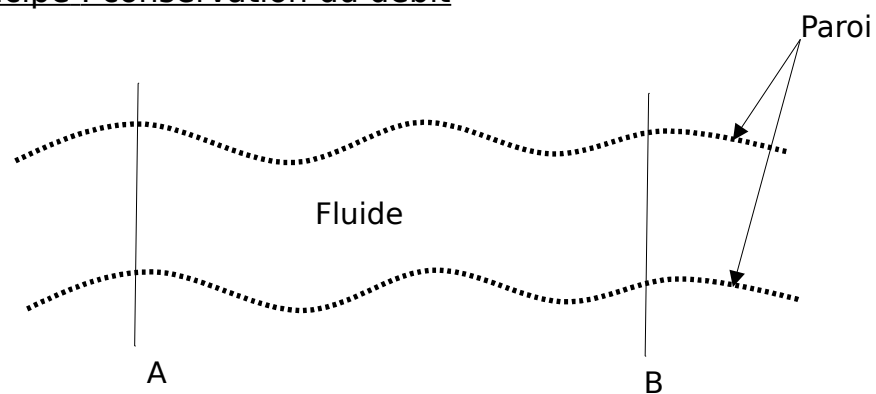
La mécanique des fluides se base à partir de trois formules fondamentales.

Calcul de pompage, calcul de débit de refoulement.

Lors du **dernier test Méca flu I**, 2 exercices identiques au cours, 1 exercice avec un changement de fluide, puis deux exercices.

## **REVISIONS IMPORTANTES :**

- Premier principe : conservation du débit



Paroi rugueuse, donc état de surface qui vient perturber.

Si on néglige le frottement 'f', alors  $Q_A = Q_B$

Nous avons la conservation du débit !

$$Q_v = A_A \times v \text{ en } \frac{m^3}{s}$$

- Deuxièmement : équation de Bernoulli

Fluide compressible ou fluide incompressible. Dans ce cours nous resterons dans le domaine des fluides incompressibles. Les fluides compressibles font partie de la mécanique dynamique.

Fluides compressibles : GAZ

Fluides incompressibles : EAU

L'eau peut transmettre une pression mais le fluide en tant que tel n'est pas comprimé.

Fluide

1. Je mesure la cote 'z' (tout se passe sur centre de gravité)
2. On considère le fluide en mvt, animé par 'c'
3. On a un certain volume, soumis à une pression extérieure 'p'
4. Bilan des énergies :

- i. Energie potentielle

$$Pz = mgz$$

- ii. Energie cinétique  $mc^2/2$

- iii. Energie de pression (gaz parfait sur fluide incompressible)  $p.V$

- iv. Calcul du volume :  $V = \frac{m}{\rho}$   $\frac{kg}{kg} m^3$

$$5. \text{ Energie TOTALE : } mgz + \frac{mc^2}{2} + \frac{pm}{\rho}$$

6. Pour 1kg de fluide on peut simplifier l'expression précédente.

$$gz + \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} \text{ en J/kg}$$

$$\text{Equation des unités : } \frac{m}{s^2} \times m + \frac{m^2}{s^2} + \frac{N}{m^2 kg} m^3$$

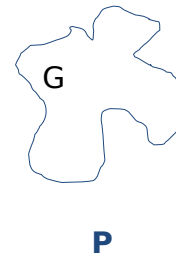
- Dans le cas suivant, on peut déplacer le plan de référence pour éliminer une des cotes de hauteur (suppression d'une énergie potentielle)

(on décale le plan pour qu'il passe par un des points du système étudié.

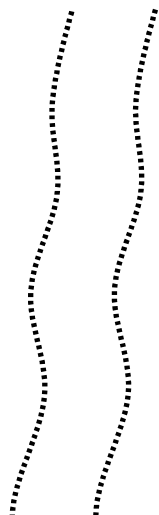
A B : TRAVAIL et pas de frottement donc  $E_A = E_B$

A

B



le



D'où l'équation :  $gz_A + \frac{C_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} = gz_B + \frac{C_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho}$

A B : TRAVAIL et frottement donc  $E_A = E_B + W_f$

$W_f$  : Pertes de charge ! On verra plus tard comment calculer ces pertes.

Les différentes expressions de l'équation de BERNOULLI

1. Energie Totale par unité de volume  $E_{\text{tot}} = \rho gz + \frac{\rho c^2}{2} + p \text{ En Pascal}$

$$\frac{\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m + \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} + Pa}{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m}{m^3} + \frac{kg}{s^2} \cdot \frac{m}{m^3} + Pa}$$

2. Energie Totale par unité de masse  $E_{\text{tot}} = gz + \frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho}$

$$\frac{\frac{kg}{m^2} \cdot \frac{m^3}{s^2} + \frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{kg}{m} + \frac{m}{s^2} \cdot m \cdot \frac{kg}{kg}}{\frac{Nm}{kg} + \frac{Nm}{kg} + \frac{Nm}{kg}}$$

3. Energie Totale par unité de poids  $E_{\text{tot}} = z + \frac{c^2}{2g} + \frac{p}{\rho g}$

En  $\frac{J}{N}$  ou en m de colonne de fluide

$$\frac{\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg} \cdot \frac{s^2}{m} + \frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{s^2}{m} \cdot \frac{kg}{kg}}{Nm \frac{1}{N} + \frac{kg \cdot m}{s^2} m \frac{1}{N}}$$

**Exercice :**

Un réservoir d'eau a une fuite au point 2, si la pression de l'eau dans le réservoir = 500kPa quel est la vitesse d'écoulement de l'eau au niveau du trou ?

Résolution:

$$p_1 - p_2 = 500 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$C_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$h_1 - h_2 = 0$$



$$500 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot c_2^2$$

$$\text{D'où } c_2^2 = 1000$$

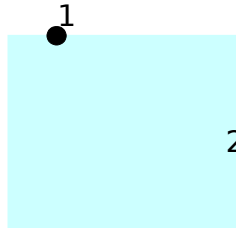
$$c_2 = 31,68 \text{ m/s}$$

## Pré-Test

### Fuite dans un Bassin (cuve)

#### On cherche à connaître le débit par minute au pt 2.

On prend la ref passant par le pt 2



On a  $\begin{cases} p_1 = p_2 \\ h_1 = 5\text{m} \\ h_2 = 0\text{m} \end{cases}$

D'après Bernoulli on a :

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho c_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho c_2^2 + \rho g h_2$$

D'après les hypothèses on a :  $\frac{1}{2} \rho c_2^2 = \frac{1}{2} \rho c_1^2 + \rho g h_1$

Or, Le réservoir est de grande dimension donc  $c_1 = 0$

$$\frac{1}{2} c_2^2 = g h_1 \quad \text{D'où} \quad c_2 = \sqrt{2 g h_1}$$

$$\text{C.à.d.} \quad c_2 = \sqrt{2 \times 9,81 \times 5} = 9,9 \text{ m/s}$$

$$Q_v = c_2 \cdot A_2 = 9,9 \times \frac{\pi \times 0,03^2}{4} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

Soit

$$V_{\text{min}} = Q_v \times 60 = 0,42 \text{ m}^3$$

### Ajustage (goulot d'étranglement)

Hypothèses:  $\begin{cases} \varnothing_1 = 6 \text{ cm} \\ \varnothing_2 = 2 \text{ cm} \\ h_1 = h_2 \end{cases}$



On recherche  $p_2$  et  $c_2$ . D'après Bernoulli.

$$\rho g z + \frac{\rho c_1^2}{2} + p_1 = \rho g z + \frac{\rho c_2^2}{2} + p_2$$

$$\rho \frac{(\dot{c}_1^2 - c_2^2)}{2} + p_1 = p_2$$

$$\rho g z + \dot{c}$$

## Equation de continuité

$$c_1 A_1 = c_2 A_2$$

Donc

$$c_2 = c_1 A_1 / A_2 = 18 \text{ m/s}$$

6 m

## Calcul de $p_2$

$$\rho \frac{(\dot{c}_1^2 - c_2^2)}{2} + p_1 = p_2 \quad \underline{A.N.}: \quad \rho g z + \dot{c}$$

$$p_2 = \dot{c} \quad 2$$

## Virage & rétrécissement

Hypothèses:  $d_1 = 16 \text{ cm}$

$$d_2 = 10 \text{ cm}$$

$$p_1 = 200 \text{ kPa}$$

$$h_2 = h_1 = 6 \text{ m}$$

$$\rho = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$Q_1 = Q_2 = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$$

On recherche la pression  $p_2$

Au préalable, il nous faut trouver  $c_1$  &  $c_2$  pour appliquer Bernoulli.

$$Q = c_1 \times A_1 = c_2 \times A_2 = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$c_2 = \dot{c} \quad \frac{c_1 A_1}{A_2} = \frac{0,03}{\pi (5 \cdot 10^{-2})^2} = 3,8 \text{ m/s}$$

$$c_1 = \frac{0,03}{\pi (8 \cdot 10^{-2})^2} = 1,5 \text{ m/s}$$

## Bernoulli

$$\rho g h_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho c_2^2}{2} + p_2$$

$$z_1 > z_2 \quad (z_1 - h_2) + \frac{\rho(c_1^2 - c_2^2)}{2} + p_1 = p_2$$

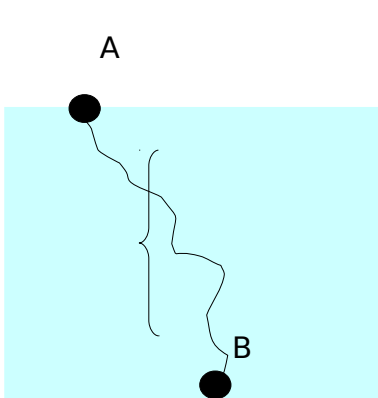
$$z_1 > z_2 \quad p_2 = 200 \cdot 10^3 + \frac{1}{2} \cdot 800 (1,49^2 - 3,82^2) + 800 \cdot 9,81 (0-6)$$

$$p_2 = 148 \text{ kPa}$$



## EQUATION DE TORICELLI

### a. Chute de hauteur



$$gh_A + \frac{c_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} = gh_B + \frac{c_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho}$$

Hypothèses :  $c_A = 0$

$$p_A = p_B = p_{\text{atm}}$$

$$h_B = 0$$

On a donc :  $gh_A + \frac{c_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} = gh_B + \frac{c_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho}$  □□□

$$gh_A = \frac{c_B^2}{2}$$

Donc  $c_B = \sqrt{2gh_A}$

**La chute de hauteur engendre une vitesse qui est indépendante de la nature du fluide.**

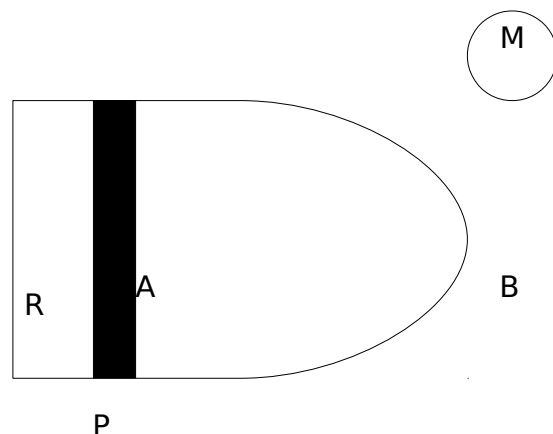
### b. Chute de Pression

$$gh_A + \frac{c_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} = gh_B + \frac{c_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho}$$

Hypothèses :  $h_A = h_B$

$$\begin{cases} c_A = 0 \\ p_A = p_{\text{int}} \\ p_B = p_{\text{ext}} \end{cases}$$

$$gh_A + \frac{c_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} = gh_B + \frac{c_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho}$$



Il reste donc :  $\frac{p_A}{\rho} = \frac{c_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho}$

D'où 
$$c_B = \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho}}$$

**La chute de pression génère une vitesse qui dépend de la nature du fluide.**

**Exercice :**

Calcul d'un injecteur

On est en présence d'une chute de pression !

D'où : 
$$c_B = \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho}}$$

$32 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6$

$\downarrow$

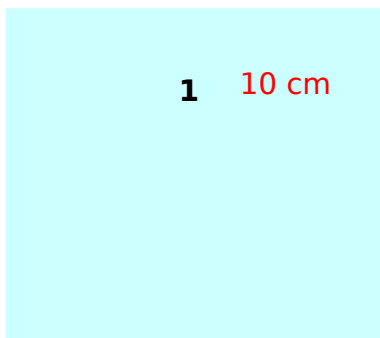
$2 \cdot 10^6$

$\downarrow$

$C_B = \sqrt{6}$

Syphon d'un Syphon (1) fig.3

*Comment se comporte le débit ?*



25 cm Section de  $3 \cdot 10^{-4} m^2$

Vitesse lors de l'ouverture :

50 cm 
$$c_B = \sqrt{2gh_A}$$

$2 \times 9,81 \times 50 \cdot 10^{-2} = 6$   
 $c_2 = \sqrt{6}$

$\rho g h_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho c_2^2}{2} + p_2$  Or les hypothèses sont :  $\begin{cases} h_2 = 0 \\ c_1 = 0 \end{cases}$

$\downarrow$   
 $\rho g h_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho c_2^2}{2} + p_2$

Or on a : 
$$\begin{cases} p_1 = p_{atm} + \rho g h = p_{atm} + \rho g (0,25) \\ p_2 = p_{atm} \end{cases}$$

Donc 
$$p_{atm} + \rho g (0,25) + \rho g (0,5) = \frac{\rho c_2^2}{2} + p_{atm}$$

D'où 
$$g (0,75) = \frac{c_2^2}{2} \quad \text{Donc}$$

$$c = \sqrt{2 g (0,75)} = AN = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,75} = 3,84 \text{ m/s}$$

2. Si niveau libre à 0,1m alors l'équation de Bernoulli devient :

$$P'_1 = P_{atm} + \rho g (0,1)$$

Donc : 
$$\rho g (0,1) + \rho g (0,5) = \rho \frac{c_2^2}{2}$$

$$c'_2 = \sqrt{2 g (0,6)} = 3,43 \text{ m/s}$$

Débit non constant. Arrêt quand niveau libre en 1